****

**Introduction**

Le but de ce projet est d’appliquer les méthodes d’optimisation continue à un cas concret: le problème de l’estimation robuste, c’est à dire l’estimation en présence de points aberrants (outliers). Nous nous intéressons à une classe d’estimateurs appelés M-estimateurs qui sont définis sous la forme d’un problème d’optimisation continue.

Projet d’optimisation continue

FISE2 – Bloc MATH3

Mise en place et test d’algorithmes d’optimisation :

Moindres carrés, descente de gradient, méthode de Newton.

**2012**

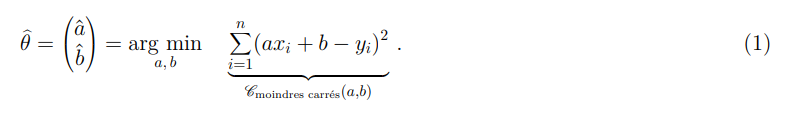
Niveau de confidentialité :

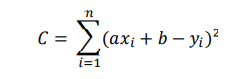
Mettre une ou plusieurs images ici

# Description du problème

On a réalisé n points de mesure (x1, y1), (x2, y2), ... (xn, yn). On souhaiterait ajuster une droite y = ax+b aux points mesurés. Cependant, la présence de points aberrants rend assez mauvais l’ajustement au sens des moindres carrés. On préfère alors utiliser d’autres estimateurs, robustes aux mesures aberrantes : les M-estimateurs.

# Estimation au sens des moindres carrés



Le but de cette partie est de déterminer le meilleur estimateur possible des moindres carrés. On commence par représenter la fonction de coût dans un espace à deux dimensions, définit par . pour un ensemble de valeurs a et b

comprises dans un premier temps dans les intervalles a e [-10 ;25] et b e [-20 ;20] définit grossièrement et que l’on affinera par la suite.



On estime par suite l'argmin de (a,b). On part d'un échantillonnage

(a,b)€([-10 ;25] ,[-20 ;20]) et on diminue l'intervalle jusqu' à trouver une

estimation des paramètres a et b, par échantillonnage régulier on obtient

a€[6,8] et b€[-4,-1]



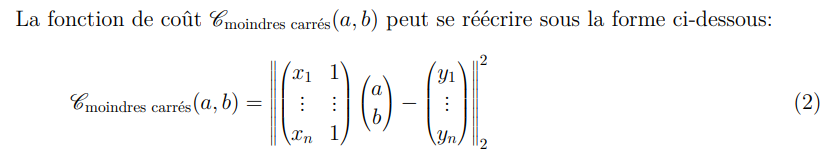


On estime le minimum de la fonction de coût à = .

On représente par suite la fonction des moindres carrés pour la solution précédente, 𝑦 = 7𝑥 -2.5.



On remarque que l’approximation n’est pas très proche de ce que l’on souhaite obtenir. En effet, cette approximation est très influencée par la présence du bruit. La détermination de 𝜃̂ n’est pas très précise, ainsi donc, on passe par l’expression analytique de ce problème quadratique.



Une image contenant texte

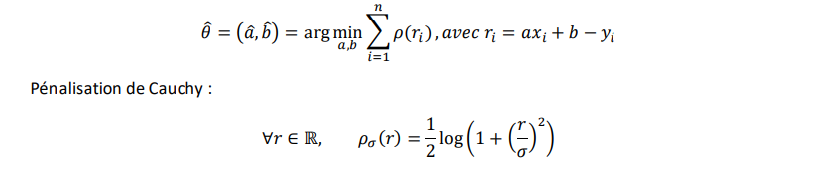
Description générée automatiquement



On trouve par suite = ……..

Tracer + comparaison + conclusion sur les moindres carrés.

# Estimation robuste



On représente la pénalisation de Cauchy avec 𝜎 = 1, ainsi que sa dérivée première et seconde pour avoir une idée de la forme de cette fonction.

